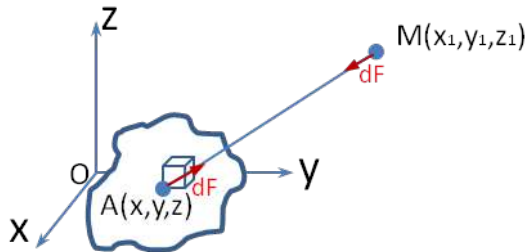


TD N°01 : Théorie des contraintes

Exercice 1



Exprimer les équations d'équilibre d'un parallélépipède infiniment petit découpé dans un corps de masse volumique ρ sur lequel agit :

1/ La force de la pesanteur (poids propre). Prendre un référentiel (x,y,z) dont l'axe Z est perpendiculaire à la surface de la terre.

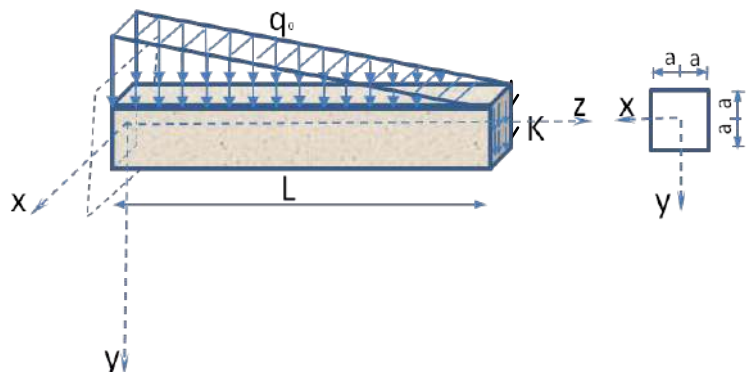
2/ La force d'attraction due à une masse M située en un point de coordonnées (x_1, y_1, z_1) . (Voit Figure). On

rappelle que l'intensité de la force d'attraction (Loi de NEWTON) entre deux masses « M » et « m » distantes de « r » est donnée par : $F = K \frac{Mm}{r^2}$ avec $K = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}^2$.

Retrouver le résultat de la question 1, sachant que la masse « M » et le rayon « r » de la terre sont : $M = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ et $r = 6,3783 \times 10^6 \text{ m}$

Exercice 2

Soit une poutre console de longueur « L » et de section transversale $(2a \times 2a)$. Sa face de droite est chargée par un cisaillement uniforme « K », alors que sa face supérieure est soumise à une charge décroissant linéairement de « q_0 » à 0 entre $z=0$ et $z=L$. Le chargement est constant selon x. Les autres faces ne sont pas chargées. Enfin, il faut noter que K et q_0 sont des forces par unité de surface.



Ecrire les conditions aux limites en contraintes pour ce problème.

Exercice 3

L'état de contraintes en un point quelconque $M(x,y,z)$ est donné par la distribution suivante :

$$\sigma_x = \frac{x^2}{2} ; \sigma_y = \frac{y^2}{2} ; \sigma_z = \frac{z^2}{2}$$

$$\tau_{xy} = x - \frac{y^2}{2} ; \tau_{xz} = 0 ; \tau_{yz} = 0$$

- 1/ Déterminer les composantes des forces volumiques pour que les équations d'équilibre soient satisfaites ;
- 2/ Déterminer les contraintes et directions principales au point $P(1,1,1)$;
- 3/ Déterminer les contraintes de cisaillement maximum au point P ;
- 4/ Déterminer les composantes du vecteur normal $\vec{n}(l, m, n)$ pour lequel on a : $\sigma_n = \frac{1}{2}$ et $\tau = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Exercice 4

La matrice associée au tenseur des contraintes en un point M est :

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} -120 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 30 \\ 0 & 30 & 40 \end{bmatrix} \frac{N}{mm^2}$$

- 1/ Calculer les contraintes principales et leurs directions en M;
- 2/ Calculer les composantes du vecteur contraintes (σ_n, τ) dans la direction de la première bissectrice du plan (x,y).

Exercice 5

- 1/ Déterminer la relation qui existe entre les contraintes principales pour un plan ayant un vecteur normal $\vec{n} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right)$ est tel que : $\sigma_n = \sigma_1$ et $\tau = \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)}{2}$

- 2/ Quel est l'état de contraintes représenté par la relation trouvée ?